

Prolog を用いた教材の提案

-意思決定論の視点から-

新井 一成^{*1}・高藪 学^{*2}・村田 晴紀^{*3}

*1: 東京学芸大学教育学研究科 Email:m101626f@st.u-gakugei.ac.jp

*2: 東京学芸大学社会科学講座経済学分野 Email:takayabu@u-gakugei.ac.jp

*3: 株式会社 Red Hat K.K. Email:muraharu1985@gmail.com

©Key Words 大学教育, Prolog, 意思決定論

1. はじめに

経済学では、意思決定主体として「合理的経済人」を仮定した理論モデルが一般的である。「合理的経済人」とは、経済主体が自らの利益だけを追求し、自分の不利益になる選択を決して行わないとする仮説である。この仮説にたいし、人間の認知能力には限界があるという観点からハーバート・サイモン(Herbert.A.Simon)は批判した。またエルスバーク(D.Ellsberg)らによる、実験により理論と人間行動との間に乖離があることを示す経験主義的な研究においても、「合理的経済人」の仮説は見直しを迫られている。近年において、意思決定が、推論者に与件として与えられた確率に必ずしも基づくものではないという、プロスペクト理論などを中心に、行動経済学への関心が高まっている。これらの「合理的経済人」の仮説を見直す研究の共通点として、合理的な選択の基準に確率を導入していることが挙げられる。確率によって基礎づけられた合理的な結果と実際に人間が行動した結果の差異に着眼点を置く研究であるといえる。

一方で、確率を人の認識の観点から捉えようとした研究にケインズ(J.M.Keynes)の『確率論』^②がある。ケインズは確率を論理的な概念であると定義し、推論者の推論の過程と、関係のある「推論の重み」概念を導入した。ケインズは、過去のデータの統計に基づいて算出される確率と、推論者の認識する確率が同じものであるか異なるものであるかに重点を置いて研究を行った。

このように、経済学において確率と意思決定の関係については多くの研究がなされてきた。「合理的経済人」・行動経済学・『確率論』というこれら3つの視点を比較するとわかるように、意思決定論と確率の関係性にたいする解釈は研究者によって様々である。さらに、ケインズを鑑みると、確率の思想や解釈が現在は複数存在し、確率のどのような解釈が妥当なのか、よくわかっていない。こうした状況を把握しないことは、意思決定論の理解に影響を及ぼすであろう。そこで本稿ではケインズ『確率論』で示された視点を中心に意思決定メカニズムを扱っていく。

本研究の目的は、意思決定メカニズムを観察することのできる教材を提案することである。教材には論理プログラミング

言語であるPrologを用いる。Prologを用いると抽象的な論理式をコードとして表現することができ、それによって意思決定メカニズムを目で見て理解することが比較的可能であるため、理解に貢献できると判断したためである。

本稿ではまず、主要な確率の概念について概観する。続いてケインズの「確率」概念の概要を示す。その後Prologによる、意思決定メカニズムをコード化した例について説明し、提示した例を用いてPrologの教材への利用可能性について考察する。教材の対象は大学生である。

2. 主要な「確率」の概念

本節では、主要な「確率」概念について説明する。確率の解釈は古典確率を基礎として、論理説・主観説・頻度説・傾向説など様々なものが存在する。まずはラプラス(L.P.Laplace)の古典確率に触れながら、主観的確率と客観的確率の区分について述べる。

確率の体系的基礎を作りあげたラプラスは確率を以下のように定義した。すなわち確率とは、 m 個の「ある結果が起こる場合」と、 n 個の「可能な場合」の商 m/n である。ラプラスは確率を定義するにあたり、全ての事象について知っている巨大な知能(ラプラスの魔)を想定した。確率がわからないのはその人間の無知によるものであり、もし推論者に知識があれば全ての確率が認識可能であるという決定論的な思想に基づいている。決定論的な思想においては、確率が客観的な性質に因ることはありえない。

しかし、一方でラプラスは「偏ったコインの場合」において、表の出る確率を $(1+a)/2$ 、裏の出る確率を $(1-a)/2$ として扱っている。このような確率の計算を認めることで、推論者の知識が無いだけではなく、ラプラスの想定する「巨大な知能」でさえも知らない確率の存在を認める解釈となる。

確率に関する二つの解釈は主観的確率と客観的確率として扱われている。主観的確率の立場における確率とは、推論者の、推論にたいする確信の程度を表すものである。前提となる命題から、結論となる命題が導かれるとすると、結論をどの程度信じていることができるのかは場合により異なる。この確信の度合を表すものが確率であるという立場である。一方で、客観的確率の立場における確率とは、確率は現象や物

事に付随するものであり、われわれの主観とは無関係なものであるとする見方をとる。

ここで、先に挙げた主流な4つの解釈において、客観的確率と主観的確率の観点からおおまかに分類する。

(1)論理説においては、確率を推論による全推論者に共通な主観的確率として扱っている。

(2)主観説においては、確率を推論による推論者個人の主観的確率として扱っている。

(3)頻度説においては、主観的確率の存在を認めたくて無視し、客観的確率である繰り返し事象のみを扱っている。

(4)傾向説においては、客観的確率と主観的確率の解釈の混合比率に関心を寄せている。

計算手法としての確率は、解釈に一応の共通性をみている¹。一方で、確率の哲学的側面²においては、これらの解釈のうちどの解釈が確率の認識として妥当なのか、よくわかっていない。そこで、以降では論理説の立場、中でもとくに確率の哲学的側面を扱った『確率論』でのケインズの立場から、確率の解釈について考える。

3. ケインズの確率概念の概要

3.1 『確率論』の概要

ケインズは1921年に出版した著書 *A Treatise on Probability*³において、確率の認識論的な解釈を行っている。以下特徴的な点を述べる。なお整理にあたっては伊藤⁴・塩沢⁵による解釈や、『確率論』のブレイスウェイト(R.B.Braithwaite)の序言を参考にした。

・確率を数学ではなく論理学でとらえている。すなわち、確率とはある一つの命題から他のもう一つの命題に至る推論に付随するものであるという解釈である。これは論理学が前件命題(前提)と後件命題(結論)の間の推論を扱う分野であることに起因する。ケインズによると確率は物理的な対象、とくに事象の生起に付与されるものではない。また個々の命題にかんして適用されるものでもない。

・通常の論理学は演繹的であるが、ケインズは確率解釈のために帰納的推論を用いている。演繹的推論においては、前提となる命題によって必然的に、結論となる命題の真偽が決まってしまう。一方で帰納的推論においては、前提が真でもそこから推論される結論は蓋然的にしか決まらない。ケインズは、結論の蓋然性には程度があると考え、確率は蓋然性の程度の度合いを合理的に表すものと定義した。これを「確率関係(Probability-relation)」とよぶ。以上が『確率論』と古典理論の大まかな相違である。ここで重要な概念である「確率関係」の性質を整理する。

(1a)ケインズ自身による確率関係の定義は次のようである。前提が任意の命題の集合 h からなり、結論が任意の命題の集合 a からなるとする。もし h の知識が a に対して度合 α の合理的信念をもつことを正当化するならば、 a と h の間に度合 α の確率関係があるという。

(1b)確率関係は $a/h=\alpha$ と表せるが、 α を現代的に解釈するならば写像の一種とみなすことができる。写像とは集合 X の全ての要素を、集合 Y の任意の要素に対応させる規則 f のことであり、全順序集合 X^4 において f が全単射ならば X の像は全順序集合となる。

(2a)確率関係は推論者に自明なものとして、直観により得られる。つまり、演繹的でなく方法で、直接に知覚される。

(2b)この発想はムーア(G.E.Moore)の *Principia Ethical* における善の解釈の影響を受けている。そこでは、善が直観により知覚される定義不可能なものであること、善が最大となるように行為の選択肢を比較することが正しく行為することにつながるなど、などが説明されており確率関係のもつ性質と共通性がみられる。

(3a)確率関係は数量的に表現できるとは限らない。数量化が全く意味をなさない確率もある。そのため確率関係は一種類ではなく、多くのシリーズからなる。数値的に比較可能な確率はすべてひとつのシリーズに属する。

(3b)ケインズは確率の順序関係に着目している。確率間において順序が存在する場合もあれば、部分的に存在する場合や、まったくない場合もある。

(4)確率関係は、前提知識の量に依拠する「重み」という概念もある。

以上が確率関係の主だった性質である。このようにケインズの確率解釈は非常に抽象的なものとなっている。ケインズはこれらの性質を駆使して、現実の理解にたいする自らの解釈の有用性や、解釈の区分のところで述べた頻度説の論駁などを展開した。展開にあたって多くの派生概念・議論を生んでおり、また確率関係を中心とする公理系を構築しているため、『確率論』の全ての論点を網羅することは非常に難しい。次節では意思決定論との関係から、(4)で示した「推論の重み」(weight of arguments)に検討を加える。

3.2 「推論の重み」概念と行動経済学

「推論の重み」に着目することでケインズの意思決定論の認識がみてとれる。まずは「推論の重み」の定義と性質を確認する。推論の確率の重みは推論の確率の大きさと対比されるように定義される。推論の確率の大きさは前提知識の量(証拠)によって決まる。証拠には有利な証拠と不利な証拠が

¹ 現在、コルモゴロフ(A.Kolmogorov)の公理を満たすものであれば解釈によらない、とする公理的確率があるため。

² 経験論的確率か、認識論的確率か、という区分。

³ 邦訳名は『確率論』。以降『確率論』と表記。

⁴ すべての像 $f(X)$ が、順序として比較可能な状態

⁵ 全射とは Y 内の全ての要素にたいして $f(X)$ が対応している状態をさし、単射とは像 $f(X)$ において重複するものがない状態をさす。その両方の条件を満たすものを全単射という。

あるが、そのバランスで決まるといえる。つまり、不利な証拠の量と比べて有利な証拠の量が多いほど確率は大きく、逆に不利な証拠の方が重いと確率は小さくなる。一方で推論の確率の重みは有利不利にかかわらず、証拠の絶対量が多いものほど「重み」が増加する。推論の大きさは証拠によって上下するが、推論の重みは証拠が増える度に増えていく。もし仮に、命題に関連するその他の証拠が全くない場合、「推論の重み」が最小であるといい、事前的確率と呼ぶ。ケインズは、推論の重みと推論の確率は全く独立であると考えた。

ケインズは第26章「確率の行為への応用」において、「推論の重み」と行為を関連づけて述べている。行為・価値判断の述語としての善・確率の三者の関係に触れている。主に近代倫理学の視点から関係をとらえようとしているが、三者の関係はまとめると以下の通りである。

さまざまな択一的な行動にかんして、選択すべきものはどれかということを決める尺度を獲得するためには、数学的期待値が必要である。数学的期待値とは、適合する善の量と確率を乗じたものである。倫理学の理論では、善は測定可能であり算術的に加算できるものであり、さらに善の確率の度合いも測定可能なものという功利主義的倫理学の立場が当時の主流思想であった。

ここで善は行為を決定するものの意味で使われているので、善と確率の対応関係は、それに付随する行為と確率の関係ととらえても間違いではないだろう⁶。

ケインズは、善の確率の度合いを計算する際に用いられる数学的期待値や、確率をつねに数量化可能とする立場に対して鋭い批判を行っている。それらにおいて「推論の重み」が全く考慮されておらず、推論の重みが異なる確率同士を足しあわせて計算が行われている。すると、善を価値判断の述語にもつ行為においても「推論の重み」の影響を受けないこととなる。批判は以下の抜粋からも読み取れる。

「当面の場合には、たとえ善を大きさの順に並べることができたとしても、そしてその確率もまた大きさの順に並べることができたとしても、それぞれの善とそれに対応する確率からなる結果を、この順序に並べることができるということにはならない」⁷

この部分を、われわれは先の確率関係の性質(1b)・(2b)・(3b)および(5)を踏まえ、以下のように解釈した。

善の集合と確率の集合の対応関係が、たとえ善が全順序集合で確率が全順序集合であるとしても、善と確率の間の全単射が保証されなければ、おのおのの善に対応する確率を全順序に並べることが必ず可能とはいえない。

⁶ この性質を(5)とする。

⁷ Keynes(1921),p.349, (邦訳 p.366)

するとケインズの立場は、意思決定による行動選択が、推論者の所与の確率に基づかない事例を扱っている行動経済学の立場に似ているといえる。そもそもケインズの解釈によると、行動経済学で所与とされる確率は経験論的な確率において数値化可能だが、認識論的な確率において数値化可能ではない例にあたるのではないだろうか。

以上のような解釈から、行動経済学を中心とする意思決定論においてそのメカニズムを考える際に、ケインズの視点から考えていくことは有用であるといえる。

ケインズの主張に沿う形で意思決定メカニズムのコード化を行うことができれば、意思決定論は新たな展開をみせるものと思われる。しかし行為の決定にかんする箇所においてケインズは数式や論理関係をほとんど用いていないため、コード化による表現は困難を極める。

そこで、本稿では既に犬童⁸によりコード化されているEBAモデルを例にとり、ケインズ的なアプローチを用いてPrologによる教材化を試みる。EBAは認識により選択肢の選択確率が異なることを示したモデルである。

4. Prologの概要

4.1 Prologの基本構造

Prolog(Programming Logic)とは論理プログラミング言語のひとつであり、述語論理学の発想に基づいて設計されている。コンピュータ上で記号処理を行う言語である。すなわち、C言語など処理の手順を記述する一般的な手続き型プログラミング言語と異なり、出力の性質を宣言的に記述することでプログラミングする。Prologのプログラムは事実(ホーン節)・規則(ルール節)・質問(ゴール節)の3つの役割に分けられる。

```

4 brew(budweiser).
5 liquor(camus).
6 liquor(chivasregal).
7 raw-produce(budweiser,barley).
8 raw-produce(chivasregal,barley).
9 raw-produce(camus,grape).
10 brandy(X) :- liquor(X), raw-produce(X,grape).
11 whiskey(X) :- liquor(X), raw-produce(X,barley).

5 ?- whiskey(X).           6 ?- brandy(X).
X = chivasregal ; X = camus ;
false.                     false.

```

図1 Prologのプログラム例

ホーン節では「バドワイザーは醸造酒」「カミュは蒸留酒」「シバズリーガルは蒸留酒」「バドワイザーの原料は大麦」「シバズリーガルの原料は大麦」「カミュの原料はぶどう」という事実を表す。ルール節では「ブランディーは蒸留酒で、ぶどうが原料である」「ウイスキーは蒸留酒で、大麦が原料である」という規則を表す。ゴール節では、「ブランディーに該当するXはあるか」「ウイスキーに該当するXはあるか」という質問を表す。ブランディーやウイスキーを定義した事実は登録され

ていないが、Prologは規則に該当するものをデータベース中から総当たりに探索し、条件にあう解を導出する。

4.2 Prolog と意思決定論

本稿で着目している意思決定論は、人間の行動が所与の確率に必ずしも基づくものではない。この場合の確率は認識論的確率として解釈する方が有効であることを先に述べた。先述したようにケインズは確率を論理学として考えているため、ケインズの解釈に基づいて意思決定論を扱うにあたりPrologは適していると考えた。

5. Prolog によるプログラムの例示

```
3 alternatives(model(1), [x, y, z]).
4 aspects(model(1), base, x, [a, w]).
5 aspects(model(1), base, y, [b, w]).
6 aspects(model(1), base, z, [c]).
7 utility(model(1), aspect(a), 1).
8 utility(model(1), aspect(b), 1).
9 utility(model(1), aspect(c), 2).
10 utility(model(1), aspect(w), 1).
11 subset_of(x, [a, w], [x, y, z]).
12 subset_of(y, [b, w], [x, y, z]).
13 subset_of(z, [c], [x, y, z]).
```

図2 EBAモデル(ホーン節)

次にPrologを用いた、意思決定メカニズムを観察することができるプログラム例を示す。EBA(Elimination by aspects)とは、トヴェルスキーが1972年の論文で述べた概念である。EBAは選択の心理的プロセスを、より厳密に記述するためのモデルであると評価されており、意思決定論の教科書に載ることも多い比較的知名度のあるモデルである。具体的には、行為者が選択肢の絞り込みを行う際に、各時点で一定の属性を満たさないものを排除していく。たとえば「価格3万円以内」の属性においては3万円以上する選択肢は排除され、「外出する」の属性においては家の中でゲームをする選択肢は排除される。また排除されない選択肢においても、各属性にどれだけ合致するかは選択肢によって異なるため、属性ごとに、属性の性質を満たしている選択肢に大きな効用を付与する。EBAモデルにおいて属性を適用する順序を変えることで排除の順番が異なるが、排除されない場合においては効用の大小によって、ある選択肢が最終的に選ばれる選択確率が求まる。これは、人は選択肢の全ての属性の全ての効用を同時に考慮して判断することはできないという限定合理性に基づいて設計されたモデル⁹であるといえる。

6. Prolog の教材への利用

EBAモデルをどのような対象・目的において教材として扱うことができるか、検討する。

・対象: 大学生。その中でも合理的期待形成について学んでいる学生が望ましい。

・教育目的: 意思決定にかんする限定合理的な選択確率を提示することで、確率の哲学的な側面の理解に役立てる。すなわち、Prologのプログラムを通じて、確率の視角には経験論的確率と認識論的確率の二種類があることを学ぶことができる。

・方法: あらかじめプログラムは教師側で作成しておく。プログラムに効用を入力することで、ある効用における選択確率が出力される。出力デモを一回行ったのち、効用の値を自由に变化させ、実行せずにもどの選択肢がどのくらい高くなりそうか、または自分ならその効用においてどの選択肢をどの確率で選ぶか予想を立てる。その後プログラムを実行する。限定合理的に導き出された経験論的確率と、自らが直観により得た認識論的確率について理解を深めることができる。その後数値を様々に変え、意思決定メカニズムの観察を行う。

・教材を用いる利点: ある効用の組み合わせにおける選択確率が効用を入力するだけで簡単に表示される。Prologは宣言的言語であるため、手続き型言語のように一見して計算方法がわからない。そのため大学生を対象にした場合に、実行前にコードから逆算して答えの予想を立てるという行動を防ぐことができる。

7. おわりに

ここまで、経済学の意思決定論について概観し、確率と意思決定論の関係性についてケインズの立場を中心に検討した。そして意思決定メカニズムを観察できるコード例としてEBAモデルを挙げ、その教材化について検討した。

参考文献

- (1)Tversky, A. (1972) "Elimination by aspects." Psychological Review, 79(4), pp.281-299.
- (2)Keynes, J.M. (1921) *A Treatise on Probability* London: Macmillan. pp.77-85, pp.339-356, 佐藤隆三訳: "確率論", ケインズ全集 第八巻, 東洋経済新報社, pp.3-91, pp.355-374, (2010).
- (3)犬童健良: "ことばと意思決定のシステム: Prologによるモデリング", 関東学園大学経済学紀要, 31号(1), (2003).
- (4)伊藤邦武: "ケインズの哲学" pp57-86, 岩波書店, (1999).
- (5) Gillies, D. (2000) *Philosophical Theories of Probability* Routledge. 中山智香子訳: "確率の哲学理論", pp.7-268 日本経済評論社, (2004).
- (6)塩沢由典: "『確率論』からみたケインズ", 別冊経済セミナー, ケインズ生誕100年, pp.76-82, (1983).
- (7)「小橋康章 決定を支援する」
<http://homepage3.nifty.com/hiway/dm/b88con.htm>

⁸犬童⁽³⁾による。

⁹小橋⁽⁷⁾による。